استاد انتشارات دانشگاه قم ← تصحیح بل - رضا العبیدی عنبر موسی

Subject: «جزوه بحث فاینمن»

1

Year: Month: Date: کوانتوم ۱

جلسه اول ۹۷/۱۱/۲۷

«دینامیک مکانیک کوانتومی»

انتشارگر در حل در پایه‌های مکانی که باید ویژه مقادیر و ویژه توابع را داشته باشیم «Propagator»

هدف از گفتن انتشارگر چیست؟ اگر انتشارگر را داشته باشیم تمام اطلاعات سیستم مربوط به سیستم کوانتومی را داریم

هر انتگرال تصور جدید را دنبال می‌کنیم که دیگر نیازی به ویژه توابع و ویژه مقادیر نیست. (انتگرال مسیر فاینمن)

۱- حل مربوط به نظریه میدان‌های کوانتومی را ساده می‌کند

۲- دید جدیدی از مکانیک کوانتومی می‌دهد (پیچیدگی مکانیک کوانتومی را نمایش می‌دهد)

احتمال اینکه یک ذره از جایی به جای دیگری برود (دامنه گذار) را محاسبه می‌کند ← انتگرال مسیر فاینمن

مفهوم انتگرال‌ها این بود که تمام مسیرهای رسیدن به مقصد را در نظر بگیرد

در روابط مربوط ـ تو از احتمال هیچ تمایزی وجود نداشت

دیدگاه ـ استفاده از مکانیک لاگرانژی در مکانیک کوانتومی

از جمله ویژگی‌های خوب بحث انتگرال مسیر فاینمن می‌توان به این نکته اشاره کرد که انتشارگر را به طور مستقیم می‌توانیم محاسبه کنیم. سپس ما تلاش می‌کنیم انتشارگر مربوط به یک ذره آزاد را با استفاده از بحث انتگرال مسیر فاینمن محاسبه کنیم:

به طور کلی برای محاسبه‌ی انتشارگرها برای سیستم‌های کوانتومی مختلف از طریق روش انتگرال مسیر فاینمن سه مرحله‌ی زیر را باید انجام دهید

① همه مسیرهای موجود که نقطه‌ی آغاز را به پایان می‌رسانند را در نظر داشته باشیم

PAPCO

$\hat{P}^2 = \hat{P}$ در صورت حالت خالص $\quad |0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

(۲) برای هر مسیر کنش را بدست آوریم

$$S_{\text{کنش}} = \int L\,dt$$

(۳)

$$\underbrace{U(x'',t;\ x',t_0)}_{K(x'',t;\ x',t_0)} = \overset{\text{ضریب بهنجاری}}{A} \sum_{\text{همه مسیرها}} e^{i\,\overset{}{\underset{\text{کنش}}{S}}[x(t)]/\hbar}$$

$K(\underbrace{x'',t}_{\text{نقطه مقصد}};\ \underbrace{x',t_0}_{\text{نقطه آغاز}})$

A ضریب بهنجاری و معیاری تعداد مسیرها در گستره ی محدودی را بیان می کند

ذره آزاد :

با توجه به اینکه یک مسیر کلاسیکی مناسب برای یک ذره می تواند خطی باشد معادله را برای ذره آزاد به صورت زیر می نویسیم

$$\underset{\text{رابطه مکان زمان در مسیر کلاسیکی}}{x_{cl}(t_1)} = x' + \frac{(\overset{}{\underset{\text{انتها}}{x''}}-\underset{\text{ابتدا}}{x'})}{(t-t_0)}(\underset{\text{متغیر}}{t_1}-t_0)$$

معادله خط
چون مسیر کلاسیکی ذره آزاد همان خط راست است

$$L = T - \underset{\text{برای ذره آزاد صفر است}}{U} \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 \quad ; \quad V = \frac{x''-x'}{t-t_0}$$

$$S_{cl} = \int_{t_0}^{t} L\,\underset{\text{انتگرال روی متغیر است}}{dt_1} = \frac{1}{2} m \frac{(x''-x')^2}{(t-t_0)}$$

اول

$$\frac{1}{2} m \int_{t_0}^{t} \frac{(x-x')^2}{(t-t_0)^2}\,dt_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m \frac{(x-x')^2}{\cancel{(t-t_0)^2}} \cancel{(t-t_0)}$$

حالا باید A را محاسبه کنیم

$$A \exp\left[\frac{im(x''-x)^2}{2\hbar(t-t_0)}\right]$$

یک روش محاسبه A استفاده از بهنجارش است یک روش از طریق انتگرال گیری است

دامنه احتمال از نقطه ابتدایی به انتها (گذار) $\langle x'',t|x',t_0\rangle$

$$\delta(x''-x') = \lim \frac{1}{(\pi\Delta^2)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x''-x')^2}{\Delta^2}\right]$$

$\downarrow$

$\langle x'',t|x',t_0\rangle$ با مقایسه با رابطه قبل

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\hbar(t-t_0)\times i}{im}}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{\pi}\times\sqrt{\frac{2\hbar(t-t_0)}{im}}} = \sqrt{\frac{im}{2\hbar\pi i(t-t_0)}} =$$

$$\downarrow \frac{h}{m}$$

$$A = \sqrt{\frac{im}{hi(t-t_0)}} = \sqrt{\frac{m}{\hbar i(t-t_0)}}$$

$$\frac{p^2}{2m} - \frac{1}{2}kx^2$$

مشق ۵: با استفاده از انتگرال مسیر فاینمن مطلوبست محاسبه‌ی انتشارگر برای نوسانگر هماهنگ. کلوابعدی‌های انتشارگر.

در حالت حد $t\to 0$ برود هیچ تحولی ایجاد نشود

همان نقش تابع موج واحد مان است اگر تابع موج واحد را داشته باشیم می‌توانیم در آن ضرب کنیم روی کل فضا انتگرال می‌گیریم

فصل سوم — نظریه اندازه حرکت زاویه ای [illegible]

در این مبحث ما حرکت کوانتومی ذرات چرخشی محاسبه می کنیم

ویژه مقادیر و ویژه توابع عملگر L^2 و L_z را بدست آوردیم $|l, m\rangle$

(تا اینجا مستقیم یک تئوری است — S و طبیعتاً J جا انداخته می‌شود)

اگر بخواهیم ذره ای را بشناسیم باید بدانیم در دل خود چه دارد

تا اینجا L^2 و L_z تا صورتی اعتبار داردند که می‌بایست ویژه توابع L^2 و L_z را استخراج کردیم اما در این کار متوجه شدیم که اگر تابع موج وابسته به ذره در یک ساختار مثلاً چرخشی که هر یک از مولفه‌های دستگاه مختصات شکل داشته باشد نوع دیگری از اندازه حرکت زاویه‌ای هم به اسم اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی یا (اسپین ذره) باید در نظر گرفته شود

از اینجا به بعد دنبال J^2 و J_z هستیم

$$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$$

$\hat{J}$ اندازه حرکت زاویه‌ای کل

برای ذره بدون اسپین $s=0$

دلیل دیگر (وجود اسپین) اینکه گذشته مقادیر ویژه صحیح بود

$$|j, m_j\rangle \; \left\{ J^2 , J_z \right.$$

$$J_{\pm} |j, m_j\rangle = \hbar\sqrt{(j \mp m_j)(j \pm m_j + 1)} \; |j, m_j \pm 1\rangle$$

اگر $|j, j\rangle$

$$\boxed{\begin{array}{l} J_+ |j, j\rangle = 0 \\ J_- |j, -j\rangle = 0 \end{array}}$$

$\langle j', m_j' | j, m_j\rangle = \delta_{j'j}\,\delta_{m'm}$ شرط تعامد

$\sum_{m=-j}^{j} |j, m\rangle\langle j, m| = \hat{I}$ شرط تمامیت

نمایش ماتریسی J^2 و J_z در پایه‌ی بردارهای $|j, m_j\rangle$ که ویژه‌بردارهای مشترک‌اند، ماتریس‌های قطری هستند

$$\langle j', m_j' | J^2 | j, m_j \rangle = \hbar^2 j(j+1)\, \delta_{j'j}\, \delta_{m_j' m_j}$$

$$\langle j', m_j' | J_z | j, m_j \rangle = m_j \hbar\, \delta_{j'j}\, \delta_{m_j' m_j}$$

نمایش ماتریسی عملگرهای J^2، J_x، J_y، J_z، J_+، J_- (ادامه فصل سوم از مکانیک کوانتومی ۱)

$$\langle j', m_j' | J_x | j, m_j \rangle$$

چیزی که ویژه حالت J_z است ویژه حالت J_x نیست

$|j, m_j\rangle$ ویژه حالت J_z است ولی ویژه حالت $J_\pm$ نیست پس اثرات آن چنین است

$$= \langle j', m_j' | \tfrac{1}{2}(J_+ + J_-) | j, m_j \rangle$$

home work $\rightarrow$?

$$\frac{\hbar}{2} \Big\{ \delta_{j'j}\, \delta_{m_j', m_j+1} \times \sqrt{(j-m_j)(j+m_j+1)} + \delta_{j'j}\, \delta_{m_j', m_j-1} \sqrt{(j+m_j)(j-m_j+1)}$$

این نمایش ماتریس در فضای پایه‌های j و m_j

$j = 1/2 \quad 2 \times 2$

$J = 1 \quad \Rightarrow 3 \times 3$

$J = 3/2 \quad 4 \times 4$

نکته: تعداد سطر و ستون‌های ماتریس‌های نمایش دهنده‌ی عملگرهای J^2، J_x، J_y، J_z، $J_\pm$ ، $(2j+1)$ است

برای عاشق های قطری بلوکی می گوییم که درایه های روی قطر اصلی ماتریس های بلوکی هستند آن ها را بلوکی می گوییم

j'	m_j'	$j \rightarrow$ 0	1/2		1			3/2			
	$m_j \rightarrow$	0	1/2	-1/2	1	0	-1	3/2	1/2	-1/2	-3/2
0	0	0	0		0						
1/2	1/2, -1/2	0	$\begin{pmatrix} 0 & \hbar/2 \\ \hbar/2 & 0 \end{pmatrix}$		0			0			
1	1, 0, -1	0	0		$\begin{pmatrix} 0 & \hbar/\sqrt{2} & 0 \\ \hbar/\sqrt{2} & 0 & \hbar/\sqrt{2} \\ 0 & \hbar/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$			0			
3/2	3/2, 1/2, -1/2, -3/2	0	0		0			?			

این جدول را برای J^2 و J_z و J_y و J_+ می نوشتیم   home work?

$J = 1/2$ $\begin{cases} L = 0 \\ S = 1/2 \end{cases}$

J_x و J_y و J_z در فضای دو بعدی در پایه های ویژه حالت J_z و J^2

بنویسیم این شکلی می شوند حالا اگر در پایه های J^2 و J_x بنویسیم

دیگر J_z قطری نمی شود